OPCIÓN A

Bloque I. Problema.-

En el mes de febrero de este año, la Agencia Espacial Europea colocó en órbita circular alrededor de la Tierra un nuevo satélite denominado Amazonas 3. Sabiendo que la velocidad de dicho satélite es de 3072 m/s, calcula:

a) La altura h a la que se encuentra desde la superficie terrestre (en kilómetros).

b) Su periodo (en horas).

Datos: constante de gravitación universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ $N\cdot m^2/kg^2$; masa de la Tierra, $M_T = 6\cdot10^{24}$ kg; radio de la Tierra, $R_T = 6400$ km

a) *En la órbita del satélite:* $F_{centrípeta} = F_{gravitatoria}$

$$Fc = m\frac{v^2}{(R_T + h)} \qquad Fg = G\frac{M_T\, m}{(R_T + h)^2}$$

$$m\frac{v^2}{(R_T + h)} = G\frac{M_T\, m}{(R_T + h)^2} \qquad R_T + h = \frac{G\, M_T}{v^2} \quad \Rightarrow h = \frac{G\, M_T}{v^2} - R_T$$

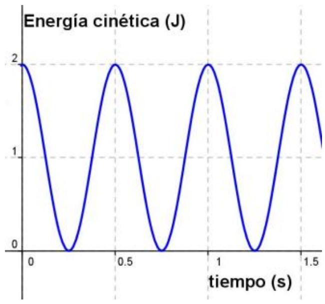
$$h = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}{3072^2} - 6{,}4\cdot10^6 = \ 35985{,}5\ km.$$

b) $$T = \frac{2\pi\, r}{v} \qquad r = h + R_T = 42385{,}5\ km$$

$$T = \frac{2\pi\cdot42{,}39\cdot10^6}{3072} = 86700\, s \qquad T = 24\ h$$

Bloque II. Cuestión.-

La gráfica adjunta representa la energía cinética, en función del tiempo, de un cuerpo sometido solamente a la fuerza de un muelle de constante elástica k = 100 N/m. Determina razonadamente el valor de la energía mecánica del cuerpo, de su energía potencial máxima y de la amplitud del movimiento.



El cuerpo realiza un M.A.S.

$x = A\ sen\ \omega\ t \qquad v = A\ \omega\cos\ \omega\ t \qquad a = -A\ \omega^2\ sen\ \omega\ t = -\omega^2\ x$

Ley de Hooke: $F = m\ a = -k\ x \ \rightarrow\ -m\ \omega^2\ x = -k\ x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

La energía mecánica del cuerpo es la suma de su energía potencial elástica más su energía cinética:

$$E_{pe} = \frac{1}{2}k\, x^2 \qquad E_c = \frac{1}{2}m\, v^2 \qquad E_m = \frac{1}{2}k\, A^2\,\text{sen}^2\,\omega t + \frac{1}{2}m\, A^2\,\omega^2\cos^2\omega t$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \qquad E_m = \frac{1}{2}k\, A^2\left(\text{sen}^2\,\omega t + \cos^2\omega t\right) = \frac{1}{2}k\, A^2 \quad \textit{que es constante}$$

$E_p = E_m - E_c$ *La* E_p *será máxima cuando la* E_c *sea* 0 *(para t = 0,25 s; t = 0,75 s ...)*

$E_{p\,máx} = E_m \qquad E_m = \dfrac{1}{2} k\, A^2\,; \quad E_{p\,máx} = \dfrac{1}{2} k\, A^2\,; \qquad E_{p\,máx} = \ 2\ J;$ (ver gráfica)

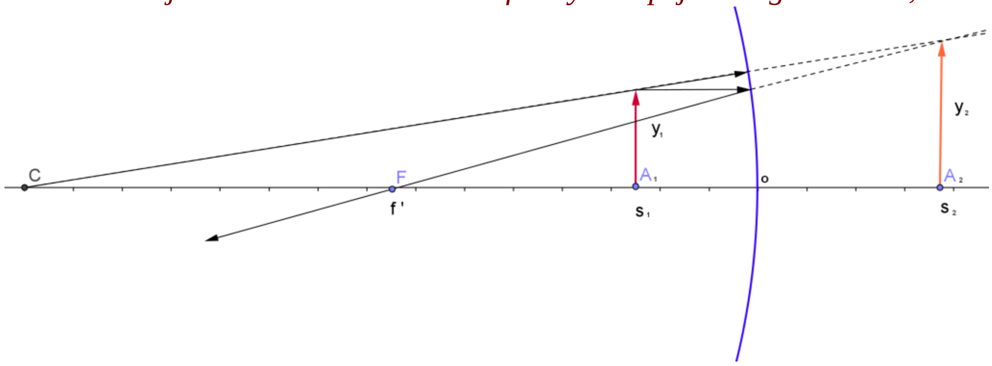
$$E_m = \frac{1}{2} k\, A^2 \ \rightarrow\ 2 = \frac{1}{2} 100\, A^2 \qquad \Rightarrow \ A = 0{,}2\ m$$

Bloque III. Cuestión.-

Para la higiene personal y el maquillaje se utilizan espejos en los que, al mirarnos, vemos nuestra imagen aumentada. Indica el tipo de espejo del que se trata y razona tu respuesta mediante un esquema de rayos, señalando claramente la posición y el tamaño del objeto y de la imagen.

Espejo cóncavo. Los espejos convexos producen imágenes menores que el objeto en cualquier posición de este.

El objeto debe situarse entre el foco y el espejo. Imagen virtual, directa y mayor



Objeto Imagen

Bloque IV. Cuestión.-

Una carga eléctrica q_1 = 2 mC se encuentra fija en el punto (-1,0) cm y otra q_2 = -2 mC se encuentra fija en el punto (1,0) cm. Representa en el plano XY las posiciones de las cargas, el campo eléctrico de cada carga y el campo eléctrico total en el punto (0,1) cm. Calcula el vector campo eléctrico total en dicho punto.

Dato: constante de Coulomb, k = $9\cdot10^9$ N·m^2/C^2

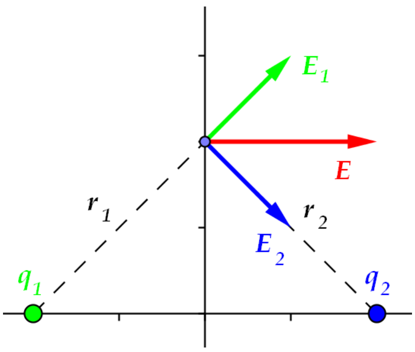
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 = K\frac{q_1}{r_1^2}\vec{u}_{r1}; \quad \vec{E}_2 = K\frac{q_2}{r_2^2}\vec{u}_{r2}$$

$$r_1 = r_2 = \sqrt{2}\ \ cm \ = \ \sqrt{2}\ \cdot 10^{-2}\ m$$

$$\vec{u}_{r1} = \ (cos\ 45º,\ sen\ 45º) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\vec{u}_{r2} = \ (cos\ 45º,\ -sen\ 45º) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$



$$|\vec{E}_1| = 9\cdot10^9\frac{2\cdot10^{-3}}{2\cdot10^{-4}} = 9\cdot10^{10}\ N/C \qquad |\vec{E}_2| = |\vec{E}_1| = 9\cdot10^{10}\ N/C$$

$$\vec{E} = |\vec{E}_1|\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + |\vec{E}_2|\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = |\vec{E}_1|\left(\sqrt{2}, 0\right)\ N/C = 9\sqrt{2}\cdot10^{10}\vec{i}\ \ N/C$$

Bloque V. Cuestión.-

¿A qué velocidad debe moverse una partícula relativista para que su energía total sea un 10% mayor que su energía en reposo? Expresa el resultado en función de la velocidad de la luz en el vacío, c.

$E_o = m_o c^2 \qquad E_1 = m_1 c^2 \qquad E_1 = 1{,}1\, E_o \quad \Rightarrow \quad m_1 = 1{,}1\, m_o$

$$m_1 = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad 1{,}1\, m_o = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{1{,}1}$$

$$1-\frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{1}{1{,}1}\right)^2 = 0{,}83 \qquad \frac{v^2}{c^2} = 1-0{,}83 = 0{,}17 \qquad v^2 = 0{,}17\, c^2 \Rightarrow v = 0{,}41\, c$$

Bloque VI. Cuestión.-

En una cueva, junto a restos humanos, se ha hallado un fragmento de madera. Sometido a la prueba del ^{14}C se observa que presenta una actividad de 200 desintegraciones/segundo. Por otro lado se sabe que esta madera tenía una actividad de 800 desintegraciones/segundo cuando se depositó en la cueva. Sabiendo que el período de semidesintegración del ^{14}C es de 5730 años, calcula:

a) La antigüedad del fragmento.

b) El número de átomos y la masa en gramos de ^{14}C que todavía queda en el fragmento.

Datos: número de Avogadro, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$; masa molar del ^{14}C, $m_M = 14$ g/mol

a) $\qquad A = A_o\, e^{-\lambda t} \qquad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5730} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ años^{-1}$

$$200 = 800\, e^{-1{,}2\cdot 10^{-4}\cdot t} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-1{,}2\cdot 10^{-4}\cdot t} \rightarrow \ln\frac{1}{4} = -1{,}2\cdot 10^{-4}\, t \rightarrow t = 11583\ años$$

b) $\qquad A = \lambda N \qquad N = \frac{A}{\lambda} = \frac{200 \cdot 365 \cdot 86400}{1{,}2 \cdot 10^{-4}} = \quad 5{,}26 \cdot 10^{13}$ *átomos de* ^{14}C;

$$\left.\begin{array}{ll} 6{,}02 \cdot 10^{23}\ átomos & 14\, g\ ^{14}C \\ 5{,}26 \cdot 10^{13} & m \end{array}\right\} \Rightarrow \quad m = 1'22 \cdot 10^{-9}\, g\ de\ ^{14}C$$