EVALUACIÓN: 2ª -1 p ASIGNATURA: MATEMÁTICAS 1º BAC FECHA:

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $sen^2 x - cos^2 x = \frac{1}{2}$

$1 - cos^2 x - cos^2 x = \frac{1}{2}$; $1 - 2\,cos^2 x = \frac{1}{2}$; $2 - 4\,cos^2 x = 1$; $cos^2 x = \frac{1}{4}$; $cos\ x = \pm\frac{1}{2}$

$$cos\ x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 60^o + 360^o \cdot k \\ x_2 = 300^o + 360^o \cdot k \end{cases} \qquad cos\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 120^o + 360^o \cdot k \\ x_4 = 240^o + 360^o \cdot k \end{cases}$$

b) $sen\ 2x\ cos\ x = 6\ sen^3 x$

$2\ sen\ x\ cos\ x\ cos\ x - 6\ sen^3 x = 0;$
$2\ sen\ x\ cos^2 x - 6\ sen^3 x = 0;\ 2sen\ x\ (cos^2 x - 3\ sen^2 x) = 0;$
$sen\ x = 0 \ \rightarrow\ x_1 = 0^o + 180^o \cdot k$

$cos^2 x - 3\ sen^2 x = 0;\ 1 - sen^2 x - 3\ sen^2 x = 0;\ 1 - 4\ sen^2 x = 0;\ sen^2 x = \frac{1}{4}$

$$sen\ x = \pm\frac{1}{2}; \quad sen\ x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 30^o + 360^o \cdot k \\ x_3 = 150^o + 360^o \cdot k \end{cases} \qquad sen\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_4 = 210^o + 360^o \cdot k \\ x_5 = 330^o + 360^o \cdot k \end{cases}$$

2.- Demuestra las siguientes identidades trigonométricas:

a) $\frac{sen3a - sen5a}{\cos 3a + \cos 5a} = -tga$

$$sen\ A - sen\ B = 2\ cos\ \frac{A+B}{2}\ sen\ \frac{A-B}{2}$$

$$cos\ A + cos\ B = 2\ cos\ \frac{A+B}{2}\ cos\ \frac{A-B}{2}$$

$$\frac{sen3a - sen5a}{\cos 3a + \cos 5a} = \frac{2\cos 4a \cdot sen(-a)}{2\cos 4a \cdot \cos(-a)} = \frac{sen(-a)}{\cos(-a)} = tg\ (-a) = -tg\ a$$

b) $2\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sec\alpha = 1 + \sec\alpha$

$$2\left(\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}\right)^2 \cdot \frac{1}{\cos\alpha} = 2\frac{1+\cos\alpha}{2} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha} + 1 = sec\ \alpha + 1$$

3 .- Dados los vectores $\vec{a} = (3, -1)$ $\quad \vec{b} = (2, 1)$ $\quad \vec{c} = (-1, 3)$, calcula:

a) $2\ \vec{a} - 3\ \vec{b} + \vec{c} = (6, -2) + (-6, -3) + (-1, 3) = (-1, -2)$

b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 5$

c) ángulo que forman $\vec{b}$ y $\vec{c}$ $\qquad \cos\alpha = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{c}|} = \frac{\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \alpha = \arccos\frac{\sqrt{2}}{10} = 81'87^o$

4.- Halla el ángulo que forman entre sí las rectas r y s :

r ≡ recta que pasa por los puntos A = (1, 2) y B = (3, 5) $\vec{u}$ = (2, 3)

s ≡ $3x + 2y + 1 = 0$ $\vec{v}$ = (– 2, 3)

Ángulo de $\vec{u}$ con $\vec{v}$: cos α = $\frac{5}{13}$ $\Rightarrow$ $\alpha = \arccos\frac{5}{13}$ = 67'38º

5.- Halla el punto simétrico de P = (1, 1) respecto a la recta: $y = 2x + 4$

r ≡ 2x – y + 4 = 0

Recta perpendicular a r que pasa por P: s ≡ x + 2y – 3 = 0

r ∩ s → Q (– 1, 2)

$(-1, 2) = \left(\frac{1+x'}{2}, \frac{2+y'}{2}\right) \Rightarrow$ x' = – 3; y' = 3

Por tanto, el simétrico de P será P' = (– 3, 3)

6.- Halla el área del cuadrilátero de vértices:

A = (1, 3); B = (– 4, 2); C = (2, – 1); D = (6, 1).

La calcularemos como suma de las áreas de los triángulos ABC y ADC

Área de ABC: La base es la distancia de AC (módulo del vector AC) b = $\sqrt{17}$ u

La altura es la distancia del punto B a la recta AC h = $\frac{21}{\sqrt{17}}$ u

Área ABC = $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{21}{2}$ u^2

Área de ADC: La base es la misma y la altura la distancia de D a la recta AC

Área ADC = 9 u^2

Área del cuadrilátero = $\frac{21}{2} + \frac{18}{2} = \frac{39}{2}$ u^2

7.- Halla la ecuación de la mediatriz del segmento AB,

A = (6, 0) B = (0, 6).

La mediatriz es la recta perpendicular al segmento AB por su punto medio

El vector AB = (– 6, 6)

El vector director de la mediatriz será v = (6, 6) ≡ (1, 1) y el P_m = (3, 3)

Recta que pasa por Pm (3, 3), con vector (1, 1) : $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1}$ $\Rightarrow$ $x = y$

Coincide con la bisectriz del primer cuadrante, de ecuación: x – y = 0

(*Sugerencia:* para comprobar el resultado, representa los puntos A y B en un sistema de coordenadas y resuelve el problema gráficamente)