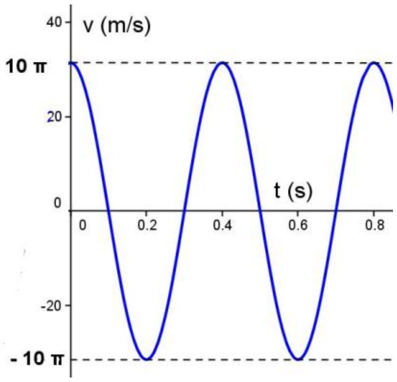
1.- Una partícula de masa $m = 20\ g$ oscila armónicamente en la forma $x(t) = A\ sen(\omega t)$. en la figura se representa la velocidad de la partícula en función del tiempo.



a) Determina la frecuencia angular ω y la amplitud A de la oscilación.

b) Calcula la energía cinética y la potencial de la masa m en función del tiempo. Justifica cuánto vale la suma de ambas energías.

De la gráfica se deduce: $T = 0{,}4\ s$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\cdot\pi}{T} = \frac{2\cdot\pi}{0'4} = \quad \omega = 5\ \pi\ rad/s$$

Ecuación del movimiento: $x(t) = A\ sen(\omega t) \rightarrow v(t) = A\ \omega \cos(\omega t)$

$para\ t = 0 \rightarrow v(0) = A\ \omega \cos(0) \rightarrow 10\ \pi = A \cdot 5\ \pi \cdot 1 \rightarrow A = 2\ m$

b) $x = A\ \text{sen}(\omega t)$ $\quad v = A\ \omega \cos(\omega t)$ $\quad k = \omega^2 m$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t) \qquad E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 sen^2(\omega t)$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t) + \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 sen^2(\omega t)$$

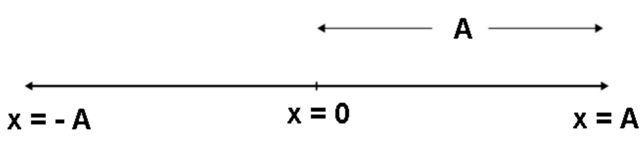
Y, sacando factor común: $E_m = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}02 \cdot 2^2 \cdot 25\ \pi^2 = E_m = \pi^2\ J$

2 (*Cantabria 2007*).- Una partícula inicia un movimiento armónico simple en el extremo de su trayectoria y tarda *0’1 s* en llegar al centro de ella. Si la distancia entre ambas posiciones es de *20 cm*, calcula:

a) El período del movimiento y la frecuencia angular o pulsación.

b) La posición de la partícula *1 segundo* después de iniciado el movimiento.

c) Esta partícula tiene una cierta energía cinética máxima. Si esta misma partícula tardara el doble de tiempo (*0’2 s*) en realizar el mismo recorrido, determina por cuánto se multiplicaría o dividiría dicha energía.



La distancia recorrida es precisamente la amplitud: $A = 20\ cm = 0'2\ m$

a)

El período es el tiempo que tarda en llegar de nuevo a la posición original:

$T = 4 \cdot 0'1 = 0'4\ s \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\cdot\pi}{T} = \frac{2\cdot\pi}{0'4} = 5\ \pi\ rad/s$

b) Ecuación del m.a.s.: $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

En el instante inicial ($t = 0$) $\rightarrow$ $x = 0'2\ m$.

$0'2 = 0'2 \cdot cos\ (\ \omega \cdot 0 + \varphi_0) \rightarrow cos\ \varphi_0 = 1 \rightarrow \varphi_0 = 0$

Por tanto: $x = 0'2 \cdot \cos(5\pi t)$

Y, para $t = 1\ s$: $x = 0'2 \cdot \cos(5\pi) = 0'2 \cdot (-1) =$ $-0'2\ m$

c) *Si tarda* 0,2 *s* $\rightarrow$ $T = 0,8\ s$ $\Rightarrow \omega = \dfrac{2\cdot\pi}{T} = \dfrac{2\cdot\pi}{0'8} = 2,5\pi\ rad/s$ (*la mitad que en supuesto a*)

$E_c\ máx = \dfrac{1}{2} m\omega^2 A^2$ *Puesto que* ω *se divide por* 2 $\rightarrow$ *la* E_c *máx se dividirá por* 4

3.- Una masa de 100 *g* está unida a un resorte de constante elástica $k = 150\ N/m$ y situada sobre el eje X. Se separa de su posición de equilibrio 40 *cm* y se deja en libertad, con lo que comienza a moverse con un movimiento armónico simple.
Calcula el período de oscilación y la energía mecánica con la que inicia el movimiento.

$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{150}{0,1}} = 10\sqrt{5}\ \ rad/s$ $\qquad T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{10\sqrt{5}} = T = 0,162\ s$

$A = 40\ cm = 0,4\ m \qquad E_m = \dfrac{1}{2} k A^2 = \dfrac{1}{2} \cdot 150 \cdot 0,4^2 = E_m = 12\ J$

4.- En el laboratorio se ha medido cuatro veces el tiempo que tarda una esferita que pende de un hilo de 60 cm de longitud en realizar 20 oscilaciones completas de pequeña amplitud. Los resultados de la medición son 31,7 s, 31,4 s, 30,5 s, y 32,0 s. Estima el valor de la aceleración de la gravedad.

Promedio de las medidas $= \dfrac{31,7 + 31,4 + 30,5 + 32,0}{4} = 31,4\ s \qquad T = \dfrac{31,4}{20} = 1,57\ s$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \qquad g = \dfrac{4\pi^2 l}{T^2} = \dfrac{4\pi^2 \cdot 0,6}{1,57^2} = \ g = 9,6\ m/s^2$

5.- Una partícula de masa $m = 0,1\ kg$ oscila armónicamente en la forma $x = A$ sen (ωt), con una amplitud $A = 0,2\ m$ y una frecuencia angular $\omega = 2\ \pi\ rad/s$.
a) Calcula la energía mecánica de la partícula.
b) Determina y representa gráficamente las energías potencial y cinética de *m* en función de la elongación, *x*.

a) $x = A\ \text{sen}\ (\omega t) \qquad v = -A\ \omega \cos\ (\omega t) \qquad k = \omega^2\ m = 0,4\ \pi^2\ N/m$

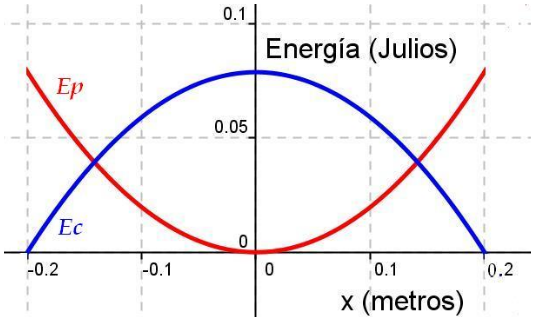
$E_m = E_c + E_p = \dfrac{1}{2} m v^2 + \dfrac{1}{2} k x^2 = \dfrac{1}{2} m A^2 \omega^2 cos^2(\omega t) + \dfrac{1}{2} m A^2 \omega^2 sen^2(\omega t)$

Y, sacando factor común: $E_m = \dfrac{1}{2} m A^2 \omega^2 = 0,5 \cdot 0,1 \cdot (0,2)^2 \cdot (2\pi)^2 = 0,08\ \pi^2\ \ J$

b) $k = \omega^2 m \quad \rightarrow \quad E_m = \frac{1}{2} k A^2$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 \qquad E_c = E_m - E_p = \frac{1}{2} k A^2 - \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = 0{,}2 \cdot \pi^2 \cdot x^2 \qquad E_c = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2) = 0{,}2 \cdot \pi^2 \cdot (0{,}2^2 - x^2)$$



6.- Una partícula de masa m oscila con frecuencia angular ω según un movimiento armónico simple de amplitud A.
Deduce la expresión que proporciona la expresión de la energía mecánica de esta partícula en función de los anteriores parámetros.

$x = A$ sen (ωt) $\qquad v = -A\,\omega \cos(\omega t)$ $\qquad k = \omega^2 m$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t) + \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 sen^2(\omega t)$$

Y, sacando factor común: $E_m = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$

7 (*Madrid 2008*).- Un cuerpo de masa m está suspendido de un muelle de constante elástica k. Se tira verticalmente del cuerpo desplazando éste una distancia x respecto de su posición de equilibrio, y se le deja oscilar libremente. Si en las mismas condiciones del caso anterior el desplazamiento hubiera sido 2 x, deduce la relación que existe, en ambos casos entre:
a) Las velocidades máximas del cuerpo.
b) Las energías mecánicas del sistema oscilante.

El desplazamiento inicial coincide con la amplitud de la oscilación

a) $A = x$

$$\left.\begin{array}{l} v_1\, máx = x\omega \\ v_2\, máx = 2x\omega \end{array}\right\} \Rightarrow \quad v_2\ máx = 2\ v_1\ máx$$

b) $A = 2x$

$$\left.\begin{array}{l} Em_1 = \frac{1}{2} k x^2 \\ Em_2 = \frac{1}{2} k (2x)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad Em_2 = 4\ Em_1$$