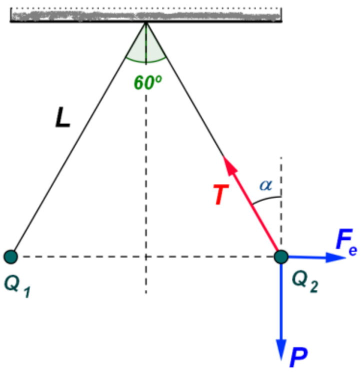
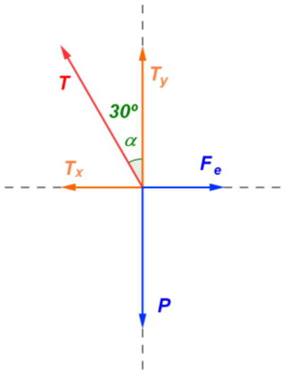
1 (*Andalucía 2001*).- Dos partículas de 10 *g* se encuentran suspendidas por dos hilos de 30 *cm* desde un mismo punto. Si se les suministra a ambas partículas la misma carga, se separan de modo que los hilos forman entre sí un ángulo de 60º.
a) Dibuja un diagrama de las fuerzas que actúan sobre las partículas y analiza la energía del sistema en esa situación.
b) Calcula el valor de la carga que se le ha suministrado a cada partícula.
Datos: $K = 9\cdot10^9\ N\cdot m^2/C^2$; $g = 10\ m/s^2$

a)





Las esferas determinan un triángulo equilátero, por lo que $d = L = 0'3\ m$

La energía potencial de cada esfera es: $E_p = K\cdot\dfrac{Q_1\cdot Q_2}{d}$

Por tanto, la energía potencial del sistema: $E_{pS} = 2\cdot K\cdot\dfrac{Q_1\cdot Q_2}{d}$ (*)

b) *El sistema está en equilibrio, luego* $\sum\vec{F}=0 \quad\rightarrow\quad \vec{P}+\vec{T}+\vec{F}_e=0$

$$\left.\begin{array}{l} T_x = F_e \rightarrow T\cdot sen\alpha = F_e \\ T_y = P \rightarrow T\cdot cos\alpha = m\cdot g \end{array}\right\} \quad tg\alpha = \frac{F_e}{m\cdot g} \qquad F_e = 5'77\cdot10^{-2}\ N$$

Teniendo en cuenta la ley de Coulomb, y que $Q_1 = Q_2 = Q$:

$$F_e = K\frac{Q_1Q_2}{d^2} = K\frac{Q^2}{d^2} \rightarrow Q = \sqrt{\frac{F_e\cdot d^2}{K}} = \sqrt{\frac{5'77\cdot10^{-2}\cdot0'3^2}{9\cdot10^9}} = 7'6\cdot10^{-7}\ C$$

(*) $$E_{pS} = 2\cdot K\cdot\frac{Q^2}{L} = 2\cdot9\cdot10^9\,\frac{\left(7'6\cdot10^{-7}\right)^2}{0'3} = 0'035\ J$$

2 (*Castilla-León 2001*).- Supongamos por un momento que la materia no fuera eléctricamente neutra, sino que tuviera una carga neta diferente de cero debido a que la carga de los protones no fuera igual a la de los electrones.
a) ¿Qué carga deberían tener la Tierra y la Luna para que la repulsión electrostática igualara la atracción gravitatoria entre ambas? Considera que estas cargas están en la misma relación que sus masas.
b) Si admitimos que la masa de los electrones es mucho menor que la de los protones y neutrones, ¿cuál debería ser la diferencia entre la carga del protón y la del electrón para producir el valor de las cargas del apartado anterior?
Datos: $M_T = 5'98\cdot10^{24}\ kg$; $M_L = 7'35\cdot10^{22}\ kg$; $G = 6'67\cdot10^{-11}\ N\cdot m^2/kg^2$
$m_p = m_n = 1'67\cdot10^{-27}\ kg$; $q_e = 1'6\cdot10^{-19}\ C$; $K = 9\cdot10^9\ N\cdot m^2/C^2$

a) $F_g = G\dfrac{M_T M_L}{r^2}$ || $F_e = K\dfrac{Q_T Q_L}{r^2}$ || $F_g = F_e \Rightarrow G\dfrac{M_T M_L}{r^2} = K\dfrac{Q_T Q_L}{r^2}$

$$\frac{Q_T}{Q_L} = \frac{M_T}{M_L} = \frac{5'98\cdot 10^{24}}{7'35\cdot 10^{22}} = 81'36 \quad || \quad Q_T = 81'36\ Q_L\ ; \quad M_T = 81'36\ M_L$$

$G \cdot 81'36\ M_L \cdot M_L = K \cdot 81'36\ Q_L \cdot Q_L \rightarrow G\,(M_L)^2 = K\,(Q_L)^2$;

$6'67 \cdot 10^{-11}\,(7'35 \cdot 10^{22})^2 = 9 \cdot 10^9\,(Q_L)^2 \Rightarrow$ $Q_L = 6'33 \cdot 10^{12}\ C$

$Q_T = 81'36\ Q_L$; $Q_T = 5'15 \cdot 10^{14}\ C$

b) n^o *nucleones* (*protones* + *neutrones*) $= \dfrac{M_L}{m_p} = \dfrac{7'35\cdot 10^{22}}{1'67\cdot 10^{-27}} = 4'4 \cdot 10^{49}$ *nucleones*

si consideramos que $n^o\,(p) = n^o\,(n) \rightarrow n^o\,(p) = \dfrac{4'49\cdot 10^{49}}{2} = 2'2 \cdot 10^{49}$ *protones*

Para que la Luna tenga una carga $Q_L = 6'33 \cdot 10^{12}\ C$, la diferencia de carga entre un protón y un electrón debería ser:

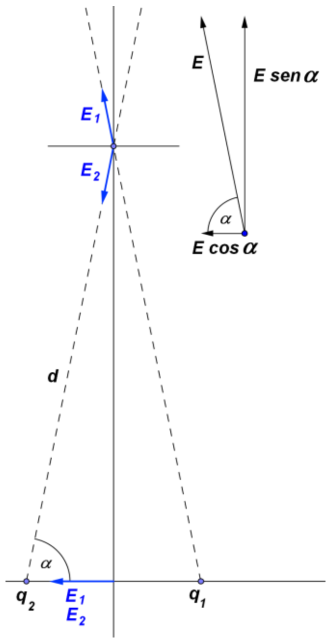
$2'2 \cdot 10^{49} \cdot \Delta q = 6'33 \cdot 10^{12} \Rightarrow \Delta q = 2'88 \cdot 10^{-37}\ \text{C}$

3 (*Galicia 2001*).- Dos cargas eléctricas puntuales, de $+2\ \mu C$ y $-2\ \mu C$ cada una, están situadas respectivamente en $(2, 0)$ y en $(-2, 0)$, (coordenadas en metros). Calcula:

a) El campo eléctrico en los puntos $(0, 0)$ y $(0, 10)$.

b) El trabajo necesario para transportar una carga q' de $-1\ \mu C$ desde el punto $(1, 0)$ hasta el punto $(-1, 0)$.

Dato: $K = 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2$



a) Campo en (0, 0):

$$\left|\vec{E}_1\right| = K\frac{|q_1|}{r^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{2\cdot 10^{-6}}{2^2} = 4500\ N/C$$

$$\left|\vec{E}_2\right| = K\frac{|q_2|}{r^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{2\cdot 10^{-6}}{2^2} = 4500\ N/C$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 = -4500\,\vec{i}\ \ N/C$$

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -9000\,\vec{i}\ \ N/C \qquad \left|\vec{E}_R\right| = 9000\ N/C$$

Campo en (0, 10): $r_1 = r_2 = d = \sqrt{102 + 22} = \sqrt{104}\ m$

$$\left|\vec{E}_1\right| = K\frac{|q_1|}{r^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{2\cdot 10^{-6}}{\sqrt{104}^2} = 173'8\ N/C$$

$$\left|\vec{E}_2\right| = K\frac{|q_2|}{r^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{2\cdot 10^{-6}}{\sqrt{104}^2} = 173'8\ N/C$$

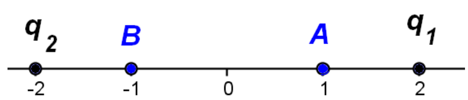
$\alpha = arc\ tg\ 5 = 78'69^o$

$E_{1y} = -E_{2y} = E_1\ sen\ \alpha \qquad E_{Ry} = 0$

$E_{1x} = E_{2x} = -E_1 \cos\alpha = -173'8 \cdot \cos 78'69 = -33'94\ N/C$

$E_R = 2 \cdot E_{1x} = -67'89\ N/C \qquad \vec{E}_R = -67'89\,\vec{i}\ \ N/C \qquad \left|\vec{E}_R\right| = 67'89\ N/C$

b) $A\,(1, 0)$ $B\,(-1, 0)$; $W_{A\rightarrow B} = q'\,(V_A - V_B)$



$$V_A = K\frac{q_1}{r_1} + K\frac{q_2}{r_2} = K\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right) = 9\cdot 10^9\left(\frac{2\cdot 10^{-6}}{1} - \frac{2\cdot 10^{-6}}{3}\right) = 12000\ V$$

$$V_B = K\frac{q_1}{r_1} + K\frac{q_2}{r_2} = K\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right) = 9\cdot 10^9\left(\frac{2\cdot 10^{-6}}{3} - \frac{2\cdot 10^{-6}}{1}\right) = -12000\ V$$

$$W_{A\rightarrow B} = q'(V_A - V_B) = -10^{-6}(12000 + 12000) = -0'024\ J$$

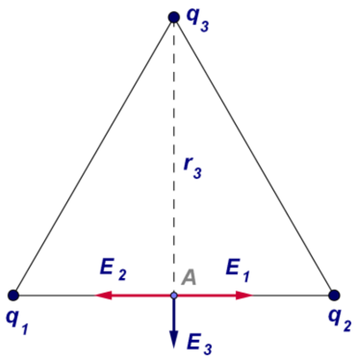
4 (*Baleares 2001*).- Tres cargas positivas, de 5 *nC* cada una de ellas, se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero de 12 *cm* de lado.

a) Halla el campo eléctrico en el punto medio de uno de los lados del triángulo.

b) Halla el potencial eléctrico en el punto medio de uno de los lados del triángulo.

c) Halla el punto en el que se anula el campo eléctrico.

Dato: $K = 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2$



a) $q_1 = q_2 = q_3 = 5\cdot 10^{-9}\ C \quad l = 0'12\ m$

$r_1 = r_2 = \dfrac{l}{2} = 0'06\ m$;

$r_3 = \sqrt{0'12^2 + 0'06^2} = \sqrt{108}\cdot 10^{-2}\ m$

$$|E_1| = k\frac{q_1}{r_1^2} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{5\cdot 10^{-9}}{0'06^2} = 12500\ N/C\ ;\quad |E_2| = |E_1|$$

$$|E_3| = k\frac{q_3}{r_3^2} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{5\cdot 10^{-9}}{\left(\sqrt{108}\cdot 10^{-2}\right)^2} = 4166'67\ N/C$$

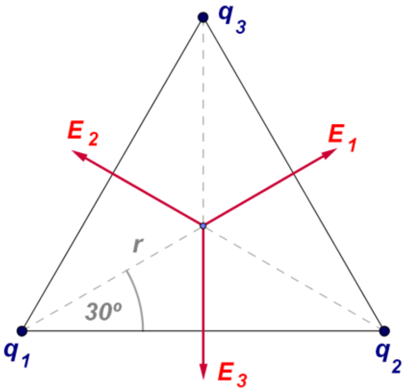
$$\vec{E}_1 = 12500\,\vec{i}\ \ N/C\ ;\quad \vec{E}_2 = -12500\,\vec{i}\ \ N/C\ ;\quad \vec{E}_3 = -4166'67\,\vec{j}\ \ N/C$$

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = -4166'67\,\vec{j}\ \ N/C \qquad |\vec{E}_R| = 4166'67\ N/C$$

b) $V_A = V_{1A} + V_{2A} + V_{3A} =$

$$= K\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}+\frac{q_3}{r_3}\right) = 9\cdot 10^9\left(\frac{5\cdot 10^{-9}}{0'06}+\frac{5\cdot 10^{-9}}{0'06}+\frac{5\cdot 10^{-9}}{\sqrt{108}\cdot 10^{-2}}\right) = 1933'11\ V$$

c)



Por simetría, es evidente que el campo se anulará en el centro del triángulo. Comprobación:

$$r = \frac{0'06}{\cos 30^\circ} = 0'04\sqrt{3}\ m = r_1 = r_2 = r_3$$

$$|E_1| = k\frac{q_1}{r_1^2} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{5\cdot 10^{-9}}{0'04^2\cdot 3} = 9375\ N/C = |E_2| = |E_3|$$

$$\vec{E}_1 = 9375(\cos 30^\circ\,\vec{i} + sen\,30^\circ\,\vec{j}) = 9375\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\right)$$

$$\vec{E}_2 = 9375(\cos 150^\circ\,\vec{i} + sen\,150^\circ\,\vec{j}) = 9375\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\right)\ \ N/C$$

$$\vec{E}_3 = 9375(\cos 270^\circ\,\vec{i} + sen\,270^\circ\,\vec{j}) = -9375\,\vec{j}\ \ N/C$$

$$\vec{E}_R = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 9375\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} + \frac{1}{2}\vec{j} - \vec{j}\right) = 0$$

5 (*Canarias 2001*).- Se tienen tres cargas puntuales, $q_1 = q_2 = q_3 = +1\mu C$, situadas, respectivamente, en los puntos $(-2, 0)$, $(0, 0)$ y $(2, 0)$. Calcula:

a) La intensidad del campo eléctrico en el punto $P_1\ (0, 3)$.

b) El potencial eléctrico en el punto $P_2\ (2, 3)$.

c) El trabajo necesario para trasladar una carga $q_4 = -2\ \mu C$ desde el infinito hasta el punto P_2.

Dato: $K = 9\cdot 10^9\ N\cdot m^2/C^2$; *todas las coordenadas están expresadas en metros.*

6 (*La Rioja 2001*).- Se disponen cuatro cargas en los vértices de un cuadrado centrado en el origen: q en $(-a, a)$, $2q$ en (a, a), $-3q$ en $(a, -a)$ y $6q$ en $(-a, -a)$. Calcula:

a) El campo eléctrico en el origen.

b) El potencial en el origen.

c) Se sitúa una quinta carga $+q$ en el origen y se libera desde el reposo. Calcula su velocidad cuando se encuentre a una gran distancia del origen.