1 (*Galicia 2001*).- Se lanza un proyectil verticalmente desde la superficie de la Tierra, con una velocidad inicial de 3 km/s. Calcula:
a) La altura máxima que alcanzará.
b) La velocidad orbital que habrá que comunicarle, a esa altura, para que describa una órbita circular.
Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$; $R_T = 6378$ km; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg.

2 (*Baleares 2001*).- La distancia media de Júpiter al Sol es 5'20 veces mayor que la de la Tierra al Sol. ¿Cuál es el período de Júpiter?

3 (*Baleares 2001*).- Considera que la energía potencial de un cuerpo en el campo gravitatorio de la Tierra es cero en el infinito.
a) Halla la energía potencial de una masa de 100 kg en la superficie de la Tierra.
b) Halla la energía potencial de la misma masa a una altura sobre la superficie terrestre igual al radio de la Tierra.
c) ¿Cua´l es la velocidad de escape del cuerpo considerado en el apartado (b)?
Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$; $R_T = 6370$ km.

4 (*La Rioja 2001*).- Una sonda es lanzada desde la tierra hacia el Sol, de forma que su trayectoria está siempre en la recta que une los centros de ambos astros.
a) ¿A qué distancia del centro de la Tierra estará la sonda cuando la fuerza que ejerce el Sol sobre ella sea igual y opuesta a la que ejerce la Tierra sobre ella?
b) Teniendo en cuenta las fuerzas ejercidas sobre la sonda por la Tierra, la Luna y el Sol, determina el módulo de la fuerza resultante sobre la sonda, cuando está a $264 \cdot 10^6$ m de la Tierra, para las siguientes fases de la Luna: luna llena, luna nueva y cuarto creciente. (El ángulo entre las líneas que unen la Luna con el Sol y la Tierra en el cuarto creciente es de 90º)
Datos: $M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg; $M_S = 1'99 \cdot 10^{30}$ kg; $M_L = 7'36 \cdot 10^{22}$ kg;
$d_{T-S} = 1'5 \cdot 10^{11}$ m; $d_{T-L} = 3'84 \cdot 10^8$ m.

5 (*La Rioja 2001*).- ¿Cuál es la velocidad orbital de un satélite que recorre una órbita circular de radio $R = 5 \cdot R_T$ si supones que el único astro en el Universo es la Tierra?

6 (*Madrid 2001*).- Dos satélites artificiales de la Tierra, S_1 y S_2, describen en un sistema de referencia geocéntrico dos órbitas circulares, contenidas en un mismo plano, de radios $r_1 = 8000$ km y $r_2 = 9034$ km, respectivamente. En un instante inicial dado, los satélites están alineados con el centro de la Tierra y situados del mismo lado.
a) *Para un satélite de masa m en órbita circular:*

$$\left|\vec{F}_G\right| = \left|\vec{F}_C\right| \quad \Rightarrow \quad G\frac{M_T m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_1}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{8000 \cdot 10^3}} \qquad v_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_2}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{9034 \cdot 10^3}} \qquad \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{9034}{8000}} = 1{,}06$$

b)

$$\text{Los satélites orbitan con M.C.U.} \quad \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1} \qquad T_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2} \qquad \frac{T_1}{T_2} = \frac{R_1 v_2}{R_2 v_1} = \frac{8000 \cdot 10^3}{9034 \cdot 10^3} \cdot \frac{v_2}{v_1} = \frac{8000}{9034} \cdot \frac{1}{1{,}06} = 0{,}83$$

c) *Tiempo para que el satélite S_1 complete 6 vueltas:*

$$t_1 = \frac{6 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1}{v_1} = \frac{3{,}02 \cdot 10^8}{1{,}06 \cdot v_2}\ s$$

En ese tiempo, el satélite S_2 habrá recorrido:

$$s_2 = v_2 \cdot t_1 = v_2 \cdot \frac{3'02 \cdot 10^8}{1{,}06 \cdot v_2} = 2{,}85 \cdot 10^8\ m$$

nº vueltas de S_2: $$n_2 = \frac{s_2}{2 \cdot \pi \cdot R_2} = \frac{2{,}85 \cdot 10^8}{2 \cdot \pi \cdot 9034 \cdot 10^3} = 5{,}02 \text{ vueltas}$$

7 (*Murcia 2001*).- La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte es de 3'7 m/s^2. El radio de la Tierra es de 6370 km y la masa de Marte es un 11 % la de la Tierra. Calcula:

a) El radio de Marte.

$$g_M = G \cdot \frac{M_M}{R_M{}^2} \Rightarrow R_M = \sqrt{\frac{G \cdot M_M}{g_M}} = \sqrt{\frac{G \cdot 0{,}11 \cdot M_T}{g_M}}$$

No tenemos el dato M_T, pero conocemos g_o = 9,8 m/s^2, de donde sacaremos aquél:

$$g_o = G \frac{M_T}{R_T{}^2} \Rightarrow G \cdot M_T = g_o \cdot R_T{}^2 = 9{,}8 \cdot R_T{}^2$$

$$R_M = \sqrt{\frac{G \cdot 0{,}11 \cdot M_T}{g_M}} = \sqrt{\frac{0{,}11 \cdot g_o \cdot R_T{}^2}{g_M}} = R_T \cdot \sqrt{\frac{0{,}11 \cdot g_o}{g_M}} = 6370 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{0{,}11 \cdot 9{,}8}{3{,}7}} = 3{,}44 \cdot 10^6\ \text{m}$$

b) La velocidad de escape desde la superficie de Marte.

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_M}{R_M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot 0{,}11 \cdot M_T}{R_M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}11 \cdot g_o \cdot R_T{}^2}{R_M}} =$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}11 \cdot 9{,}8 \cdot (6{,}37 \cdot 10^6)^2}{3{,}44 \cdot 10^6}} = 5042{,}95\ \text{m/s}$$

c) El peso en la superficie de Marte de un astronauta de 80 kg de masa.

$P = m \cdot g_M = 80 \cdot 3{,}7 = 296\ N$