1 (*Castilla- La Mancha 2008*).- Un trozo de chatarra espacial de 50 kg de masa que se dirige directo hacia la tierra, en caída libre, tiene una velocidad de 12 m/s a una altura de 300 km sobre la superficie terrestre. Calcula:

a) El peso del trozo de chatarra a dicha altura.

$$P_{300\ km} = m \cdot g_{300\ km}$$

$$g_{300\ km} = \frac{G \cdot M}{R^2} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6700 \cdot 10^3)^2} = 8'91\ m/s^2$$

$$P_{300\ km} = 50 \cdot 8'91 = 445'5\ N$$

b) Su energía mecánica a esa altura.

$$\left.\begin{aligned} Ec_{300km} &= \frac{1}{2} m \cdot v^2_{300km} = \frac{1}{2} 50 \cdot 12^2 = 3600\ J \\ Ep_{300km} &= -G\frac{M \cdot m}{R} = -\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 50}{6700 \cdot 10^3} = -2'99 \cdot 10^9\ J \end{aligned}\right\} E_m = E_c + E_p \cong -2'99 \cdot 10^9\ J$$

c) La velocidad con que impactará sobre la superficie de la Tierra (despreciamos la fricción con la atmósfera).

*La energía mecánica se conserva. Calculamos la energía potencial en la superficie de la Tierra:* $Ep_{sup} = -G\frac{M \cdot m}{R} = -\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 50}{6400 \cdot 10^3} = -3'13 \cdot 10^9\ J$

Por tanto: $Ec_{sup} = Em - Ep_{sup}$

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2_{sup} = -2'99 \cdot 10^9 - (-3'13 \cdot 10^9) = 0'14 \cdot 10^9\ J \Rightarrow v_{sup} = 2366\ m/s$$

*Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$; $M_T = 6'0 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6400$ km.*

2 (*Castilla – León 2008*).- Se desea poner en órbita circular un satélite meteorológico de 1000 kg de masa a una altura de 300 km sobre la superficie terrestre. Deduce y calcula:

a) La velocidad, el período y la aceleración que tendrá en la órbita.

*Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km.*

*Equilibrio de fuerzas del satélite en su órbita:* $|\vec{F_G}| = |\vec{F_C}|$

$$G\frac{M_T \cdot m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow \frac{G \cdot M_T}{R} = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(6370+300) \cdot 10^3}}$$

$v = 7733\ m/s$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 6670 \cdot 10^3}{7733} = \quad T = 5419\ s$$

*Aceleración centrípeta:* $a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{7733^2}{6670 \cdot 10^3} = \quad a_c = 8,96\ m/s^2$

$$R = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = 4'225 \cdot 10^7\ m \quad R = R_T + h \Rightarrow h = R - R_T = 3'59 \cdot 10^7\ m$$

b) El trabajo necesario para poner en órbita el satélite.

3 (*C. valenciana 2008*).- Una sonda espacial de 200 kg de masa ...

4 (*C. valenciana 2008*).- Disponemos de dos masas esféricas cuyos diámetros son 8 y 2 cm, respectivamente. Considerando únicamente la interacción entre estos dos cuerpos, calcula:

a) La relación entre sus masas $m_1/m_2$ , sabiendo que si ponemos ambos cuerpos en contacto el campo gravitatorio en el punto donde se tocan es nulo.

b) El valor de cada masa, sabiendo que el trabajo necesario para separar los cuerpos, desde la posición de contacto hasta otra donde sus centros distan 20 cm, es:

$W = 1'6 \cdot 10^{-12}$ J

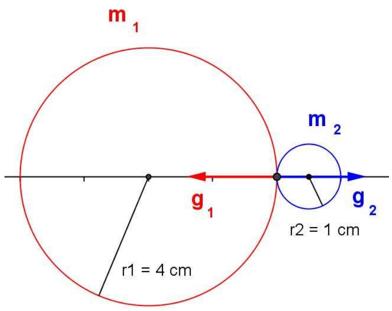
*Dato:* $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$.

a)

*En el punto de contacto:*

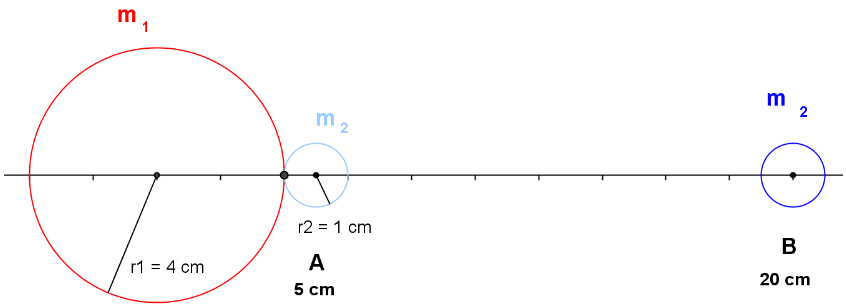
$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = \vec{0} \ \Rightarrow |\vec{g}_1| = |\vec{g}_2|$$

$$\vec{g} = \frac{G\,m}{r^2} \cdot \vec{u}_r \qquad |\vec{g}| = \frac{G\,m}{r^2}$$




$$|\vec{g}_1| = |\vec{g}_2| \Rightarrow \frac{G\,m_1}{r_1^2} = \frac{G\,m_2}{r_2^2} \ \Rightarrow \ \frac{m_1}{r_1^2} = \frac{m_2}{r_2^2} \ \Rightarrow \ \frac{m_1}{m_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{16}{1} \ \Rightarrow \ m_1 = 16\, m_2$$

b)




El trabajo para llevar la masa $m_2$ desde la posición actual $A$ (5 $cm$, 0) hasta la posición $B$ (20 $cm$, 0) es:

$$W_{A \to B} = m_2\,(V_B - V_A)$$

*donde $V_A$ y $V_B$ son los potenciales en A y en B debidos a la masa $m_1$*

$$V_A = -\frac{G\,m_1}{r_A} \qquad V_B = -\frac{G\,m_1}{r_B}$$ *(recuerda que el potencial es una magnitud escalar)*

$$W_{A \to B} = -m_2 \cdot G \cdot m_1 \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \qquad r_A = 5 \cdot 10^{-2}\ m \qquad r_B = 20 \cdot 10^{-2}\ m$$

*y, con la relación obtenida en* a) : $W_{A \to B} = m_2 \cdot G \cdot 16\, m_2 \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$

$$m_2^2 = \frac{W_{A \to B}}{16 \cdot G \cdot \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)} \qquad m_2 = 10^{-2}\ kg \qquad m_1 = 16 \cdot 10^{-2}\ kg$$

| |
|---|
| 5 (*La Rioja 2008*).- El radio de la órbita de la Luna es de 60’3 veces el radio de la Tierra, y su período orbital es de $2'36 \cdot 10^6$ s. Calcula con estos datos la densidad media de la Tierra.<br>*Dato:* $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$. |
| 6 (*Madrid 2008*).- Una sonda de masa 5000 kg se encuentra en una órbita circular a una altura sobre la superficie terrestre de $1'5 \cdot R_T$. Determina:<br>a) El momento angular de la sonda en esa órbita respecto al centro de la Tierra.<br>b) La energía que hay que comunicar a la sonda para que escape del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita.<br>*Datos:* $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$; $M_T = 6'0 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6400$ km. |
| 7 ( *Navarra 2008*).- Un planeta esférico tiene un radio de 3000 km y la aceleración de la gravedad en su superficie vale 6 m/s$^2$.<br>a) ¿Cuál es su densidad media?<br>b) ¿Cuál es la velocidad de escape para un objeto situado en la superficie del planeta?<br>*Dato:* $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$. |