1.- La función de onda correspondiente a una onda armónica en una cuerda es

Y (x, t) = 0,001 *sen (*314 *t* + 62,8 *x)*, escrita en el SI.

a) ¿En qué sentido se mueve la onda?
b) ¿Cuál es su velocidad?
c) ¿Cuál es la longitud de onda, frecuencia y periodo?
d) ¿Cuál es el desplazamiento máximo de un segmento cualquiera de la cuerda?
e) ¿Cuál es la ecuación de la velocidad y aceleración de una particula de la cuerda que se encuentre en el punto *x* = – 3 *cm*?

a) La onda se mueve en el sentido negativo del eje X, hacia la izquierda.

b) c) *Y(x, t)* = 0,001 *sen(*314 *t*+62,8 *x)* *Y(x, t)* = *A sen* (*ω t* + *k x)*

Tomando para π el valor π = 3'14 y comparando :

$$\left.\begin{array}{l}\omega = 314\, rad/s\\ \omega = 2\pi f\end{array}\right\} \Rightarrow \quad f = \frac{314}{2\pi} = 50 Hz \qquad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0'02\ s$$

$$\left.\begin{array}{l}k = 62'8\, m^{-1}\\ k = \dfrac{2\pi}{\lambda}\end{array}\right\} \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{62'8} = 0'1\, m$$

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} \Rightarrow \quad v = \lambda \cdot f = 0'1 \cdot 50 = 5\, m/s$$

A = 0'001 m

d) *Desplazamiento máximo =* ***2 · A*** *= 0'002 m*

e)
$$v = \frac{dy}{dt} = 0'001 \cdot 314 \cos(314t + 62'8x)\ m/s$$

$$v(-0'03, t) = 0'314 \cos(314t - 1'884)\ m/s$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0'001 \cdot 314^2\, sen(314t + 62'8x)\ m/s^2$$

$$a(-0'03, t) = -98'596\, sen(314t - 1'884)\ m/s^2$$

2.- Escribir una función que interprete la propagación de una onda que se mueve hacia la derecha a lo largo de una cuerda con velocidad de 10 *m/s*, frecuencia de 60 *hertz* y amplitud 0,2 *m*.

$$Y(x,t) = A sen(\omega t - k x + \varphi_0)\ m$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 60 = 120\pi\ rad/s$$

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}\ m \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1/6} = 12\pi\ m^{-1}$$

$$Y(x,t) = 0'2 sen(120\pi t - 12\pi x + \varphi_0)\ m$$

3.- La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda viene dada por la expresión *y(x, t) =10 sen π(2t – x/0,10)*, escrita en el SI. Hallar:

a) La velocidad de propagación de la onda.
b) La velocidad y aceleración máxima de las partículas de la cuerda.

4.- Una onda sinusoidal transversal que se propaga de derecha a izquierda tiene una longitud de onda de *20 m*, una amplitud de *4 m* y una velocidad de propagación de *200 m/s*. Hallar:

a) La ecuación de la onda.

b) La velocidad transversal máxima de un punto alcanzado por la vibración.
c) Aceleración transversal máxima de un punto del medio.

5.- Una onda longitudinal se propaga a lo largo de un resorte horizontal en el sentido negativo del eje de las *x* *(deducimos el signo + en (ω t+k x))* $\{Y(x,t) = A sen(\omega t + k x + \varphi_0)\}$, siendo *20 cm* la distancia entre dos puntos que están en fase *(este dato indica que λ = 0'2 m)*. El foco emisor, fijo al resorte, vibra con una *f = 25 Hz* y una A = 3 *cm* = 0'03 *m* (se supone que no hay amortiguamiento). Encontrar:

a) La velocidad con que se propaga la onda:

$$v = \lambda \cdot f = 0'2 \cdot 25 = 5\ m/s$$

b) La ecuación de onda sabiendo que el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas y que en *t* = 0, *y(x, t)* = 0.

$$\left.\begin{array}{r} Y(x,t) = A sen(\omega t + k x + \varphi_0) \\ t = 0; \quad x = 0; \quad Y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad 0 = A sen\varphi_0 \Rightarrow \quad sen\varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

$$A = 0'03\ m \qquad \omega = 2\pi f = 50\pi\ rad/s \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = 10\pi\ m^{-1}$$

$$Y(x,t) = 0'03 sen(50\pi t + 10\pi x)\ m$$

c) La velocidad y aceleración máximas de una partícula cualquiera del resorte.

$$v = \frac{dY}{dt} = 0'03 \cdot 50\pi \cos(50\pi t + 10\pi x)\ m/s \quad \rightarrow \quad v_{máx} = 1'5\pi\ m/s$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0'03 \cdot (50\pi)^2 sen(50\pi t + 10\pi x)\ m/s \quad \rightarrow \quad a_{máx} = 75\pi^2\ m/s^2$$

6.- La ecuación de una onda transversal en una cuerda es

y = 1,75 *sen π (*250 *t* + 0,400 *x)*

estando las distancias medidas en cm y el tiempo en segundos. Encontrar

a) la amplitud, longitud de onda, la frecuencia, período y velocidad de propagación

b) la elongación de la cuerda para *t* = 0,0020 *s* y *t* = 0,0040 *s*.

c) ¿está la onda viajando en la dirección positiva o negativa del eje *x*?

a)

$$\left.\begin{array}{r} \omega = 250\pi\ rad/s \\ \omega = 2\pi f \end{array}\right\} \Rightarrow \quad f = \frac{250\pi}{2\pi} = 125 Hz \qquad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{125} = 8 \cdot 10^{-3}\ s$$

$$\left.\begin{array}{r} k = 0'4\pi\ m^{-1} \\ k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{0'4\pi} = 5\ cm$$

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} \Rightarrow \quad v = \lambda \cdot f = 5 \cdot 125 = 625\ cm/s$$

A = 1'75 *cm*

b) y (x, 0'0020) = 1'75 sen (0'5 π + 0'4 π x) cm

y (x, 0'0040) = 1'75 sen (π + 0'4 π x) cm

c) Hacia la izquierda (sentido negativo del eje X).

7.- Una cuerda vibra de acuerdo con la ecuación $y = 5\ sen\ \pi\ x/3\ sen\ 40\ \pi\ t$ (x en m y t en s).

a) Hallar la amplitud y velocidad de fase de las ondas cuya superposición puede dar lugar a dicha vibración.

b) Distancia entre nodos.

c) Velocidad de una partícula de la cuerda situada en $x = 1,5\ m$ cuando $t = 9/8\ s$.

a) Ecuación en la cuerda: $y = 2A\ sen\ k\ x\ sen\ \omega t \qquad 2\ A = 5 \qquad A = \dfrac{5}{2} = 2'5m$

$$\left.\begin{matrix} k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \\ k = \dfrac{\pi}{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \lambda = 6\ m \qquad \left.\begin{matrix} \omega = 2\pi\ f \\ \omega = 40\pi \end{matrix}\right\} \Rightarrow f = 20\ Hz \qquad \mathrm{v} = \lambda\, f = 120\ \mathrm{m/s}$$

b) Distancia entre nodos. *En los nodos:* $A_r = 0$.

$$A_r = 5sen\frac{\pi}{3}x = 0 \ \rightarrow \ \frac{\pi}{3}x = 0 + n\pi \quad \Rightarrow \ x = 3n;\ n \in N$$

$$distancia\ entre\ nodos = x_{n+1} - x_n = [3(n + 1 - n)] = 3\ m.$$

c) $\mathrm{v} = \dfrac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,t} = 5 \cdot 40\pi\,\mathrm{sen}\,\dfrac{\pi\,x}{3}\cos 40\pi\,t \ \rightarrow \ \mathrm{v}\,(1'5\ ,\ \dfrac{9}{8}\ ) = 200\ \pi\ \ m/s.$