

1 (Canarias 2007).- Saturno es el sexto planeta del Sistema Solar, es el segundo en tamaño después de Júpiter y es el único con un sistema de anillos visible desde la Tierra.

a) El valor de la aceleración de ..., en relación con el terrestre ( $g_S/g_T$ ).

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad g_T = G \frac{M_T}{R_T^2} \quad g_S = G \frac{M_S}{R_S^2}$$

$$\frac{g_S}{g_T} = \frac{M_S R_T^2}{M_T R_S^2} = \frac{95'2 M_T R_T^2}{M_T (9'5 R_T)^2} = \frac{95'2}{9'5^2} = 1'055$$

b) El período de revolución de Titán, uno de sus satélites, sabiendo que ...

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad F_G = F_C \rightarrow \frac{m_{tit} v^2}{R} = G \frac{M_S m_{tit}}{R^2} \quad v = \sqrt{\frac{GM_S}{R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_S}{R}} = \sqrt{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 95'2 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{1221850 \cdot 10^3}} = 5584 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1221850 \cdot 10^3}{5584} = 1374841 \text{ s} = (\div 86400) = 15'91 \text{ días}$$

c) El período de revolución de Saturno alrededor del Sol ...

Tercera Ley de Kepler:  $\frac{R_T^3}{R_S^3} = \frac{T_T^2}{T_S^2} \rightarrow T_S = \sqrt{\frac{R_S^3 \cdot T_T^2}{R_T^3}}$

$$T_S = \sqrt{\frac{R_S^3 \cdot T_T^2}{R_T^3}} = \sqrt{\frac{(1'429 \cdot 109)^3}{(1'496 \cdot 108)^3} \cdot 365^2} = 10776 \text{ días} = (\div 365) = 29'5 \text{ años terrestres}$$

2 (Cantabria 2007).- Sea  $g$  la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre...

a) ¿Cuál sería la relación  $g'/g$ ?

$$g_T = G \frac{M_T}{R_T^2} \quad \text{Si } R = \frac{R_T}{2} \rightarrow g' = \frac{G \cdot M_T}{\left(\frac{R_T}{2}\right)^2} = 4 \frac{G \cdot M_T}{R_T^2} = 4 \cdot g \Rightarrow \frac{g'}{g} = 4$$

b) ¿Cuál sería la relación  $v'/v$ ?

$$v = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \quad \text{Si } R = \frac{R_T}{2} \rightarrow v' = \sqrt{\frac{4GM_T}{R_T}} \rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{4GM_T/R_T}{2GM_T/R_T}} = \sqrt{2}$$

3 (Cantabria 2007).- La estación espacial internacional (ISS) describe una órbita ...

a) Calcula su período de rotación, en minutos, así como la velocidad con la que se desplaza.

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad R = \text{radio de la órbita} = R_T + h$$

Cálculo de  $v$ :  $F_G = F_C \rightarrow \frac{m_{ISS} v^2}{R} = G \frac{M_T m_{ISS}}{R^2}$

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6370 + 390) \cdot 10^3}} = 7694 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6760 \cdot 10^3}{7694} = 5520 \text{ s} = 92 \text{ min}$$

b) ¿Qué energía se necesitaría para llevarla desde su órbita actual a otra a doble altura?

Energía mecánica total en la órbita:  $E_m = E_c + E_p$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left( \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{GM_T m}{R_T + h} \quad E_p = -\frac{GM_T m}{R_T + h}$$

$$E_m = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m}{R_T + h}$$

En la órbita actual:  $E_{m1} = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m}{R_T + h}$

En la nueva órbita:  $E_{m2} = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m}{R_T + 2h}$

$$\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = -\frac{1}{2} GM_T m \left( \frac{1}{R_T + 2h} - \frac{1}{R_T + h} \right)$$

$$\Delta E_m = -\frac{1}{2} 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 415 \cdot 10^3 \left( \frac{1}{7150 \cdot 10^3} - \frac{1}{6760 \cdot 10^3} \right) = 6'6 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

c) ¿Cuál sería el período de rotación a esta nueva altura?

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + 2h}} = \sqrt{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{7150 \cdot 10^3}} = 7481 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6760 \cdot 10^3}{7481} = 6005 \text{ s} = 100 \text{ min}$$

4 (Castilla-La Mancha 2007).- Un satélite en órbita geoestacionaria describe una órbita circular en el plano ecuatorial de la Tierra, de forma que se encuentra siempre encima del mismo punto de la Tierra; es decir, su período orbital es 24 horas. Determina:

a) El radio de su órbita y la altura a la que se encuentra el satélite sobre la superficie terrestre.

b) La velocidad orbital.

c) Su energía mecánica si la masa es 72 kg.

Datos:  $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$ ;