

1 (Canarias 2007).- Saturno es el sexto planeta del Sistema Solar...

a) El valor de la aceleración de la gravedad en su superficie, en relación con el terrestre (g_s/g_T).

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad g_T = G \frac{M_T}{R_T^2} \quad g_s = G \frac{M_s}{R_s^2}$$

b) El período de revolución de Titán, uno de sus satélites, sabiendo que se encuentra a una distancia 1221850 km de Saturno y en órbita circular.

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad F_G = F_n \rightarrow v = \sqrt{\frac{G M_s}{R}}$$

c) El período de revolución de Saturno alrededor del Sol (duración del año saturniano), sabiendo que el año terrestre es de 365 días y que ambas órbitas pueden considerarse circulares.

Tercera Ley de Kepler: $\frac{R_T^3}{R_s^3} = \frac{T_T^2}{T_s^2}$

2 (Cantabria 2007).- Sea g la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, y v la velocidad de escape desde la superficie. Ahora supongamos que la Tierra reduce su radio a la mitad conservando su masa; llamemos g' y v' a los nuevos valores de la aceleración de la gravedad y de la velocidad de escape, respectivamente:

a) ¿Cuál sería la relación g'/g ? $g_T = G \frac{M_T}{R_T^2}$

b) ¿Cuál sería la relación v'/v ? $v = \sqrt{\frac{2 G M_T}{R_T}}$

3 (Cantabria 2007).- La estación espacial internacional (ISS) describe una órbita prácticamente circular alrededor de la Tierra a una altura $h = 390$ km sobre la superficie terrestre, siendo su masa $m = 415$ toneladas.

a) Calcula su período de rotación, en minutos, así como la velocidad con la que se desplaza.

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad R = \text{radio de la órbita} = R_T + h$$

Cálculo de v : $F_G = F_C$

b) ¿Qué energía se necesitaría para llevarla desde su órbita actual a otra a doble altura?

Energía mecánica total en la órbita: $E_m = E_c + E_p$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{G M_T m}{R_T + h} \quad E_p = - \frac{G M_T m}{R_T + h}$$

$$E_m = - \frac{1}{2} \frac{G M_T m}{R_T + h}$$

c) ¿Cuál sería el período de rotación a esta nueva altura?

$$T = \frac{2\pi R}{v_2} \quad v_2 = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T + 2h}}$$

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$;

4 (*Castilla-La Mancha 2007*).- Un satélite en órbita geoestacionaria describe una órbita circular en el plano ecuatorial de la Tierra, de forma que se encuentra siempre encima del mismo punto de la Tierra; es decir, su período orbital es 24 horas. Determina:

a) El radio de su órbita y la altura a la que se encuentra el satélite sobre la superficie terrestre.

b) La velocidad orbital.

c) Su energía mecánica si la masa es 72 kg.

Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$;

5 (*Castilla-León 2007*).- Dos satélites de igual masa orbitan en torno a un planeta de masa mucho mayor, siguiendo órbitas circulares coplanarias de radios R y $3R$, y recorriendo ambos las órbitas en sentidos contrarios. Deduce y calcula:

a) La relación entre sus períodos.

b) La relación entre sus momentos angulares (módulo, dirección y sentido).

6 (*Extremadura 2007*).- Dos masas de 4 kg y 10 kg se encuentran separadas 1 m de distancia. Calcula la posición del punto del segmento que las une en el que se anula el campo creado por ambas.